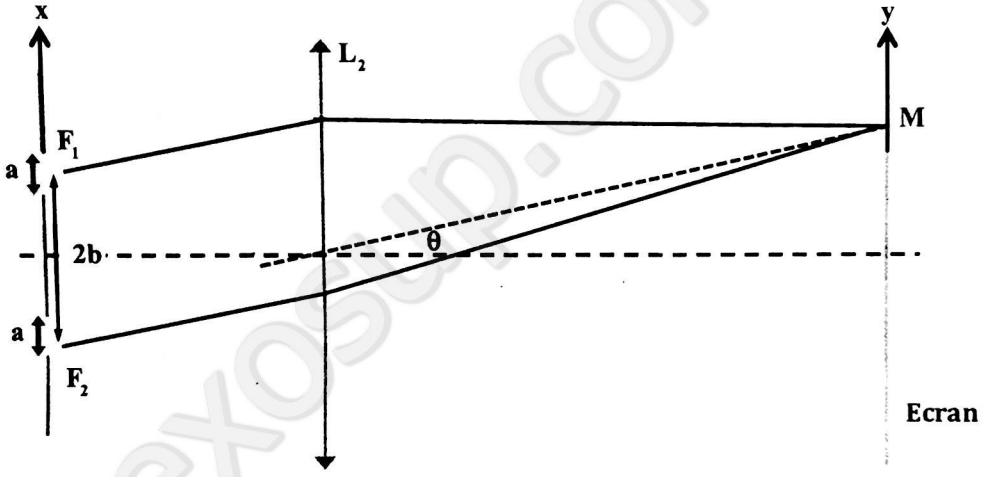
Université Mohamed V
Faculté des sciences de Rabat

Année universitaire 2014-2015
SMP4

Examen d'optique physique
Session de Juin 2015

- *Il sera tenu compte dans la notation de la présentation et de la clarté de la rédaction (1 point). On respectera les symboles donnés dans l'énoncé. Les résultats importants seront encadrés.*

La lumière monochromatique ($\lambda = 0{,}5\ \mu m$) provenant d'une source ponctuelle **S** éclaire deux fentes d'Young F_1 et F_2. La source **S** est placée au foyer objet d'une lentille L_1. Les fentes **fines** de largeur **a** sont à égale distance **b** de l'axe optique. On observe la production de la diffraction sur un écran placé au foyer image d'une lentille L_2 de focale $f' = 1\ m$.



1/ Donner la fonction de transmission du système des deux fentes **T(x)**.

2/ Calculer l'amplitude de l'onde diffractée dans la direction **θ** par ces deux fentes.

3/ Donner l'expression de l'intensité lumineuse I_1.

Pour la suite du problème, on suppose que les fentes F_1 et F_2 sont ponctuelles ($a = 0$).

4/ Déduire l'expression de l'intensité lumineuse I_2 et la différence de marche **δ** en un point **M** de l'écran au voisinage de l'axe optique. Préciser la nature et l'orientation des franges. Déduire le contraste **C** des franges ?

5/ Indiquer la position de la frange d'ordre d'interférence zéro.

6/ L'interfrange mesurée étant $i = 0{,}5\ mm$, calculer la distance de séparation (**2b**) entre les deux fentes.

exosup.com

La source émet maintenant un doublet de longueurs d'onde proches λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. La source peut être considérée comme une superposition de deux sources parfaitement monochromatiques, l'une émettant à λ_1 et l'autre à λ_2, incohérentes entre elles.

7/ Calculer les intensités I_{λ_1}, I_{λ_2} et l'intensité totale I_3 en un point **M** de l'écran en fonction de λ_1, $\Delta\lambda$ et la différence de marche δ. (On considère que $\lambda_1\lambda_2 \simeq \lambda_1^2$ et $\Delta\lambda << \lambda_1$) .

8/ Calculer le nouveau contraste **C'** des franges.

9/ Interpréter ce que l'on observe sur l'écran.

On donne :

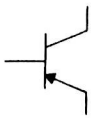
$$\cos^2(p) = \frac{1+\cos(2p)}{2}$$

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

exosup.com

Exercice 1 (4pts): Pour chacune des descriptions suivantes, indiquer si cette description correspond à un transistor NPN ou PNP :

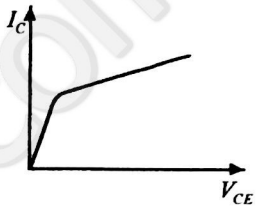
a- Son symbole est le suivant :



b- En mode normal actif direct $V_{collecteur} > V_{emetteur}$

c- La base de ce transistor est faite en Silicium faiblement dopé avec des accepteurs de trous

d- Sa courbe caractéristique est la suivante :



Exercice 2 (6pts): La caractéristique $i - v$ de la diode D du circuit de la figure 1a est représentée à la figure 1b.

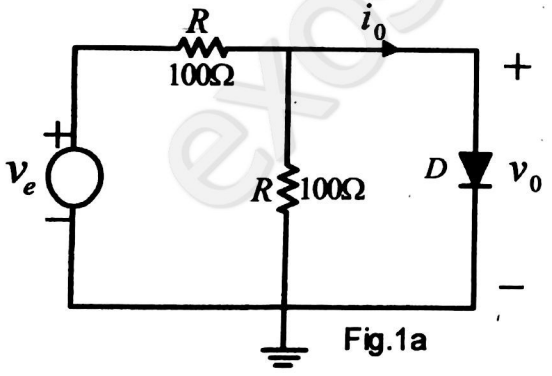


Fig.1a

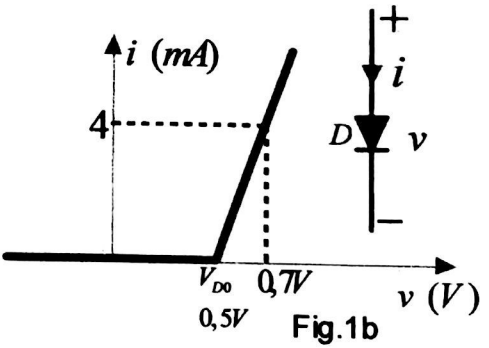


Fig.1b

La tension d'entrée $v_e(t) = E + V_m \sin(\omega t), E = 2V,\ V_m = 0{,}1V.$

1- Représenter la caractéristique $i - v$ de la diode idéale
2- Etablir le schéma équivalent de la diode D à l'aide d'une diode idéale, de V_{D0} et d'une résistance R_D qu'on définira.
3- Déterminer les éléments (E_T, R_T) du générateur de Thévenin vu par la diode.
4- Déterminer le courant i_0
5- Déterminer la tension v_0

exosup.com

Exercice 3 (10pts): Soit l'amplificateur de la figure 2. Le transistor bipolaire est caractérisé par $\beta = 140, V_{BE} = 0{,}7V,\ V_A = 52V$. On donne $V_T = \frac{KT}{q} = 26mV$.

1- Etablir le schéma en statique

2- Déterminer I_C et V_{CE}

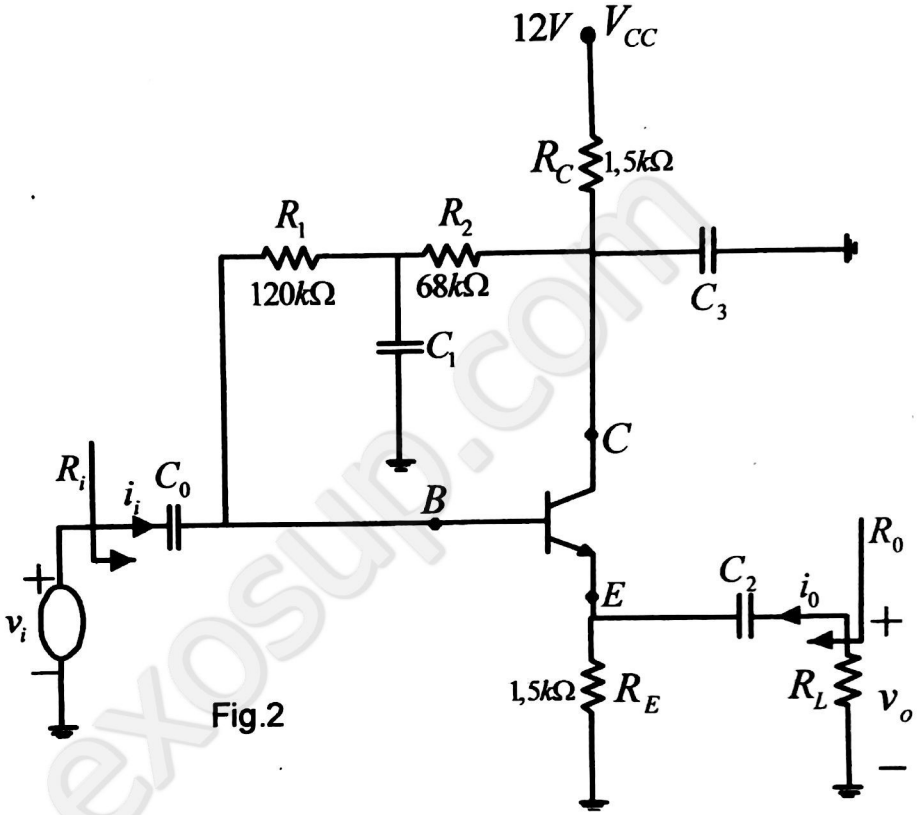


Fig.2

3- Etablir le schéma en dynamique du **transistor**

4- Déterminer les résistances $r_\pi = h_{11e}$ et $r_0 = 1/h_{22e}$ du transistor pour le modèle dynamique.

5- Etablir le schéma dynamique de l'**amplificateur**. Les condensateurs sont des courts circuits à la fréquence de travail. Quelle est la nature de l'amplificateur : Emetteur-Commun, Collecteur-Commun ou Base-Commune ?

Déterminer

6- La résistance d'entrée $R_i = v_i/i_i$.

7- Le gain en tension $A_v = v_o/v_i$.

8- La résistance de sortie R_o.

exosup.com

Evaluation d'Electricité 3. Durée : 1 h 30 mn

Question de cours : *(3 pts)*

Par analogie avec le potentiel scalaire créé par un dipôle électrique, écrire le potentiel vecteur créé par un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ dirigé suivant $\overrightarrow{Oz}$ en un point M de l'espace de coordonnées sphériques r,θ,φ. En déduire le champ magnétique du dipôle au point M.

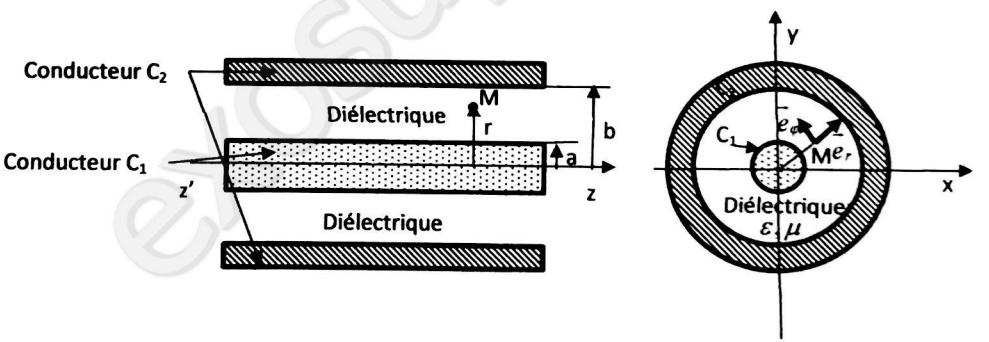
En coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \left[\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial\left(A_\varphi \sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right)\right]\vec{e}_r + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rA_\varphi\right)}{\partial r}\right]\vec{e}_\theta + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\vec{e}_\varphi$$

Problème : *Les parties A et B sont indépendantes.*

Un câble coaxial est constitué d'un conducteur cylindrique C_1 de rayon a, d'axe z'z, de très grande longueur (on le supposera infini) et d'un deuxième conducteur cylindrique C_2, creux, de rayon intérieur b > a, de même axe z'z et de même longueur que C_1 (Voir figure ci-dessous). L'espace entre les deux conducteurs est un diélectrique linéaire, homogène et isotrope (LHI) caractérisé par les constantes réelles ε et μ et de conductivité nulle.

On utilisera le système de coordonnées cylindriques (r, φ, z).



A- *Etude en régime statique : **(7 pts)***

Le conducteur C_1 porte une charge surfacique répartie uniformément de densité σ (dans le volume ρ = 0).

1- En utilisant les propriétés de symétrie, trouver la dépendance en variables du champ électrique $\vec{E}$ et du champ d'induction électrique $\vec{D}$ ainsi que leur direction.

2- A l'aide du théorème de Gauss, déterminer l'expression de $\vec{D}$ en un point M du diélectrique (a < r < b). En déduire l'expression de $\vec{E}$ au même point.

3- Déterminer le vecteur polarisation $\vec{P}$ en fonction de ε,σ,a et r.

4- Déterminer les densités de charges de polarisation volumique ρ_p et surfacique σ_p.

5- Déterminer le champ électrique $\vec{E}_d$ créé par les charges de polarisation en un point du diélectrique.

T.S.V.P

B- Etude en régime variable : ***(10 pts)***

Le champ électrique $\vec{E}$ d'une onde électromagnétique monochromatique de pulsation ω et de nombre d'onde k (réel) se propageant à l'intérieur du câble dans la direction des z croissants est en notation complexe :

$\vec{E}(M,t) = \frac{V_0}{r} e^{i(kz-\omega t)} \vec{e}_r$ (V_0 est une constante).

1- Déterminer l'expression du champ d'induction magnétique de l'onde $\vec{B}(M,t)$.

2- Déduire de l'équation de Maxwell Ampère la relation de dispersion k en fonction de ω et donner sa vitesse de phase v. Quelle est la structure de cette onde ?

3- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}$; on l'exprimera en fonction de la densité d'énergie électromagnétique w. Calculer la moyenne temporelle de $\vec{R}$.

4- Rappeler la relation de passage d'un milieu à un autre de la composante tangentielle du champ magnétique $\vec{H}$. En déduire les densités de courant superficielles sur les conducteurs C_1 et C_2. Déterminer les intensités de courants I_1 et I_2 dans C_1 et C_2.

5- Retrouver I_1 et I_2 en utilisant le théorème d'Ampère.

<u>Données</u> : en coordonnés cylindriques : $div\vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right]\vec{e}_r + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right]\vec{e}_\varphi + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]\vec{e}_z$$

exosup.com

Université Mohammed V
Faculté des Sciences de Rabat
Département de Physique

Année Universitaire: 2014-2015
Sciences de la Matière Physique 4
Session de printemps

Epreuve de Mécanique Quantique
SMP4
Durée: 1 heure 30 mn

Exercice I (13 points)

On considère une particule de masse m, susceptible de se mouvoir sur un axe $X'X$ dans un potentiel:

$$V(x) = -\eta\delta(x-a) - \eta\delta(x+a) \qquad ; \qquad \eta > 0$$

1- Montrer que $V(-x) = V(x)$. Que peut-on conclure à propos de la nature des fonctions d'ondes solutions de l'équation de Schrödinger.

2- Ecrire l'équation de Shrödinger stationnaire de la fonction d'onde $\psi(x)$ de cette particule.

3- Calculer, à la limite $\epsilon \to 0$, $(\psi\prime(-a+\epsilon)-\psi\prime(-a-\epsilon))$ et $(\psi\prime(a+\epsilon)-\psi\prime(a-\epsilon))$. En déduire les conditions satisfaites par la fonction d'onde $\psi(x)$ représentant un état stationnaire d'énergie E associé à ce puit de potentiel et par sa dérivée première $\psi\prime(x)$.

4-Résoudre l'équation de Schrödinger pour les différentes régions du potentiel $V(x)$ dans le cas des énergies négatives, $E < 0$.

5- Etablir les conditions de raccordement que doit satisfaire la fonction d'onde $\psi(x)$ et sa dérivée $\psi\prime(x)$. En déduire que la solution est une fonction d'onde qui peut être aussi bien paire que impaire.

6- Montrer que les énergies possibles sont données par l'équation:

$$e^{-ka} = \pm(\frac{\hbar^2}{m\eta}k - 1) \qquad \text{avec } k^2 = -\frac{2m}{\hbar^2}E$$

7- Donner une résolution graphique de cette équation et montrer qu'elle posséde deux solutions qui correspondent à l'état fondamental et l'état éxcité.

8- Déterminer l'énergie fondamentale E_f de la particule dans les deux cas limites $a \to 0$ et $a \to +\infty$

Exercice II (7 points)

Soient S_x, S_y et S_z trois matrices définies dans la base $\{|\varphi_1>, |\varphi_2>\}$ orthonormée par:

$$S_x|\varphi_1> = \tfrac{\hbar}{2}|\varphi_2>, \quad S_y|\varphi_1> = i\tfrac{\hbar}{2}|\varphi_2>, \quad S_z|\varphi_1> = \tfrac{\hbar}{2}|\varphi_1>$$

$$S_x|\varphi_2> = \tfrac{\hbar}{2}|\varphi_1>, \quad S_y|\varphi_2> = -i\tfrac{\hbar}{2}|\varphi_1>, \quad S_z|\varphi_2> = -\tfrac{\hbar}{2}|\varphi_2>$$

1- Ecrire les matrices S_x, S_y et S_z dans la base $\{|\varphi_1>, |\varphi_2>\}$.

- Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres normés $\{|u_1>, |u_2>\}$ de S_x et $\{|v_1>, |v_2>\}$ de S_y. Ecrire ces vecteurs propres dans la base $\{|\varphi_1>, |\varphi_2>\}$

2- Calculer le commutateur $[S_x, S_y]$. En déduire les relations de commutation $[S_y, S_z]$ et $[S_z, S_x]$.

3- On considère la matrice S^2 définie par: $S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$. Calculer le commutateur $[S^2, S_z]$.

4 Les opérateurs S_x, S_y , S_z et S^2 sont-ils des observables ? Justifier votre réponse.

5- Parmis les ensembles suivants : $\{S_x, S_z\}, \{S^2, S_z\}, \{S^2, S_y, S_z\}$ lesquels forment un E.C.O.C. Justifier votre réponse.